FAMØS

Fagblad for Aktuar, Matematik, -Økonomi og Statistik
18. årgang, nr. 3, marts 2005

Forårets ånd byder matematikkens genie op

Indhold

Præmieopgaver

Ulrik Torben Buchholtz

Disse opgaver er ikke puzzles. (Påstanden kan eftervises ved inspektion.) Taus havde nemlig for travlt med Side 9-sætningen. Send en mail til FAMØS, hvis du gerne vil have Taus til at lave puzzles igen.

Send også gerne en mail, hvis du har forslag til opgaver.

Og send selvfølgelig gerne en besvarelse af mindst en af nedenstående opgaver. Vi trækker lod blandt de – efter vores på ingen måde objektive vurdering – bedste besvarelser. Vinderen får en Mystisk Flaske.

Opgave 1

Trekant ABC er retvinklet med vinkel A ret, D er skæringspunktet mellem højden fra A og siden BC. Linjen, der forbinder centrum for de indskrevne cirkler i trekant ABD og ACD, skærer AB i K og AC i L. Vis, at arealet af trekant ABC er mindst det dobbelte af arealet af trekant AKL.

Opgave 2

Lad $f\colon \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ være defineret ved, at $f(n)$ er antallet af 1-taller i den binære repræsentation af n. Udregn

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{f(n)}{n(n+1)}.$$

Spektralfølger

Manisha Montgomery

I en koncentrationslejr under anden verdenskrig opfandt Jean Leray spektralfølgebegrebet. Formålet var for Leray at bestemme homologi og kohomologi af kædekomplekser. Siden da har anvendelsen af spektralfølger spredt sig til andre grene af matematikken, og bruges inden for områder som topologi, algebraisk topologi, differentialgeometri og algebraisk geometri.

Et interessant eksempel på hvad man kan bruge spektralfølger til, er den generelle version af Künneths sætning for dobbeltkomplekser, nemlig Künneths spektralfølgesætning.

Sætning. *Lad* (K^*, d_K) *og* (L^*, d_L) *være to* $\mathbb{N}_0$*-differentialgraduerede moduler over en kommutativ ring* R*. Lad* K^* *være flad og lad* d_K *og* d_L *begge have grad* 1*. Da gælder:*
Der eksisterer en spektralfølge med

$$E_2^{p,q} \simeq \bigoplus_{a+b=q} \operatorname{Tor}^R_{-p}(H^a(K^*), H^b(L^*)).$$

Denne spektralfølge ligger i anden kvadrant. Hvis spektralfølgen konvergerer, da konvergerer den mod $H(K^* \otimes_R L^*, d_\otimes)$*.*

Jeg vil i denne artikel introducere nogle af de vigtige begreber der optræder i denne sætning. Formålet er ikke at give en fuldstændig forståelse for sætningen, men blot at give en ide om hvad spektralfølger er. Beviset for sætningen vil vi ikke komme ind på, men blot henvise til [McCleary].

Definition af spektralfølger

Definition: *Differentialbigradueret modul.*
$A^{*,*}$ er en differentialbigradueret modul, hvis følgende er opfyldt:

1. $A^{*,*} = \{A^{p,q}\}_{p,q\in\mathbb{Z}}$, hvor $A^{p,q}$ er en modul for alle $p, q \in \mathbb{Z}$. $A^{*,*}$ er altså en familie af moduler over R.
2. $A^{*,*}$ har et differentiale d_A af bigrad enten $(s, 1-s)$ eller $(-s, -1+s)$, for et $s \in \mathbb{Z}$. Det vil sige, at for alle par $(p, q) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ findes der en homomorfi kaldet d_A, således at enten $d_A : A^{p,q} \to A^{p+s,q+1-s}$ (grad $(s, 1-s)$) eller $d_A : A^{p,q} \to A^{p-s,q-1+s}$ (grad $(-s, -1+s)$), samt at $d_A \circ d_A = 0$. Vi betegner altså med d_A elementerne i en mængde af afbildninger med samme navn, der opfylder ovenstående krav.

Den differentialbigraduerede modul $A^{*,*}$ med differentiale d_A skrives $(A^{*,*}, d_A)$.

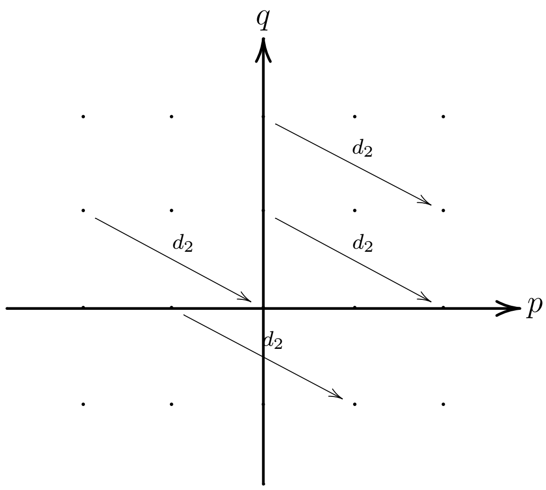
Definition: *Spektralfølge.*
En spektralfølge er en familie af differentialbigraduerede moduler $\{E_r^{*,*}, d_r\}_{r\in\mathbb{N}}$, om hvilken der gælder følgende:

1. Differentialerne, $\{d_r\}_{r\in\mathbb{N}}$, har alle enten bigrad $(r, 1-r)$ eller alle bigrad $(-r, -1+r)$. I første tilfælde er spektralfølgen af kohomologisk type, i andet tilfælde af homologisk type.
2. For $p, q \in \mathbb{Z}$ og $r \in \mathbb{N}$ gælder, for den kohomologiske type, at

$$E_{r+1}^{p,q} \simeq H^{p,q}(E_r^{*,*}, d_r) = \frac{\ker(d_r : E_r^{p,q} \to E_r^{p+r,q+1-r})}{\operatorname{im}(d_r : E_r^{p-r,q-1+r} \to E_r^{p,q})}$$

   og tilsvarende for den homologiske type.

Det r'te element i familien kaldes for spektralfølgens E_r-side, og vi illustrerer denne ved i hvert gitterpunkt (p, q) i planen at placere $E_r^{p,q}$. Differentialerne bliver da illustreret ved vektoren med koordinaterne $(r, 1-r)$ eller $(-r, -1+r)$ alt efter spektralfølgens type. E_2-siden af en spektralfølge af kohomologisk type ser altså således ud:

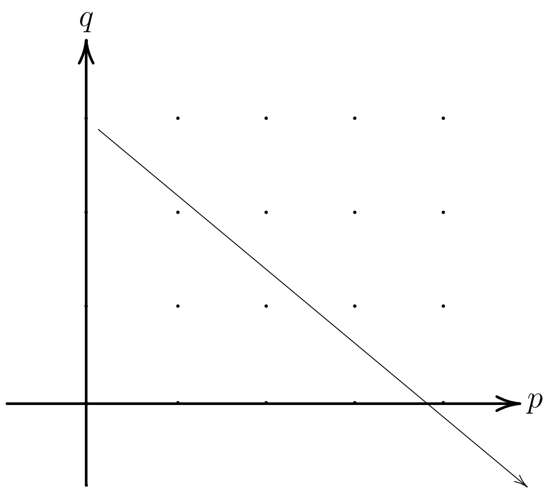


Hvis der om en spektralfølge gælder, at $E_r^{p,q} \simeq \{0\}$ når $p < 0$ eller $q < 0$, siger vi, at spektralfølgen ligger i 1. kvadrant. Tilsvarende defineres $2., 3.$ og 4. kvadrant spektralfølger.

Bemærkning. Kravet om at $d_A \circ d_A = 0$ i definitionen af differentialbigraduerede moduler sikrer os, at vi kan komme fra en side af en spektralfølge til den næste ved at tage homologi (se definitionen af spektralfølger punkt 2). Bemærk endvidere, at differentialerne ikke kan have vilkårlige bigrader, da de afhænger af r. Desuden bestemmer differentialerne i E_r-siden E_{r+1} men ikke d_{r+1}.

Målet for 1. kvadrant spektralfølger

Vi er interesserede i, hvordan E_r-siden for en 1. kvadrant spektralfølge af kohomologisk type ser ud, når r vokser. Jo større r bliver, desto flere differentialer vil pege uden for 1. kvadrant og dermed være nulafbildninger, hvis kerne selvfølgelig er hele definitionsmængden. Når vi så går videre til næste side ved at tage homologi, vil alle de gitterpunkter hvis diffferentiale "stikker uden for", forblive de samme som i siden før. Mere formelt: Lad en 1. kvadrant spektralfølge $\{E_r^{*,*}, d_r\}_{r\in\mathbb{N}}$ af kohomologisk type være givet. Betragt $E_r^{p,q}$ for $r \in \mathbb{N}$, $p, q \in \mathbb{N}_0$ hvor $r > \max\{p, q+1\}$. På følgende illustration er $r = 5, p = 4, q = 3$.



d_r har bigrad $(r, 1-r)$ og vi har $d_r : E_r^{p,q} \to E_r^{p+r,q+1-r}$. Da $r > q+1$ er $0 > q+1-r$, og dermed er $E_r^{p+r,q+1-r} \simeq \{0\}$ da $\{E_r^{*,*}, d_r\}_{r\in\mathbb{N}}$ jo er en 1. kvadrant spektralfølge. Dermed er d_r nulafbildningen og følgeligt er $\ker d_r = E_r^{p,q}$. Ser vi samtidig på $d_r : E_r^{p-r,q-1+r} \to E_r^{p,q}$ får vi, da $r > p$ medfører $0 > p - r$, at $E_r^{p-r,q-1+r} \simeq \{0\}$ således at $\operatorname{im} d_r$ bliver triviel. Da vi kommer fra en side til den næste ved at tage homologi, får vi, at $E_{r+1}^{p,q} \simeq \frac{E_r^{p,q}}{\{0\}} = E_r^{p,q}$. Lader vi r vokse får vi altså, at $E_{r+k}^{p,q} = E_r^{p,q}$ for $k \geq 0$. Vi kalder modulen $E_r^{p,q}$ for målet for spektralfølgen i (p,q) og betegner den $E_\infty^{p,q}$.

For $2., 3.$ og $4.$ kvadrant spektralfølger er det mere kompliceret at definere målet. Man er da nødt til at beskrive spektralfølgen ved hjælp af et såkaldt tårn af undermoduler af en given modul. Ud fra dette tårn kan vi da definere målet for spektralfølgen. Uden af gå i detaljer vedrørende konstruktionen af tårnet, følger her den mere præcise definition af $E_\infty^{p,q}$.

Definition: $E_\infty^{p,q}$.
Lad $\{E_r^{*,*}, d_r\}_{r\in\mathbb{N}}$ være en spektralfølge af kohomologisk type, og lad

$$B_2 \subseteq B_3 \subseteq \cdots \subseteq B_n \subseteq \cdots \subseteq Z_n \subseteq \cdots \subseteq Z_3 \subseteq Z_2 \subseteq E_2^{p,q}$$

være tårnet for denne spektralfølge hørende til (p,q). Vi siger, at et element $e \in E_2^{p,q}$ overlever til det r'te niveau, hvis e ligger i kernen for differentialerne

$d_2, d_3, \ldots, d_{r-1}$. Vi definerer $Z_\infty^{p,q} := \cap_{n\in\{2,3,\ldots\}} Z_n^{p,q}$, det vil sige undermodulen af $E_2^{p,q}$, der består af elementerne, der overlever ethvert niveau. Tilsvarende definerer vi $B_\infty^{p,q} := \cup_{n\in\{2,3,\ldots\}} B_n^{p,q}$. Det kan vises, at $B_\infty^{p,q} \subseteq Z_\infty^{p,q}$, således at vi kan give den ønskede definition

$$E_\infty^{p,q} := Z_\infty^{p,q}/B_\infty^{p,q}.$$

$E_\infty^{p,q}$ kaldes målet for spektralfølgen i (p,q).

Fra definitionen ses det, at $E_\infty^{p,q}$ løst sagt er den modul, man når frem til efter en uendelig række beregninger af homologi. Det er dog ofte ikke målet for en spektralfølge vi ønsker at bestemme, men derimod den modul følgen konvergerer mod. Man definere konvergensbegrebet ved hjælp af målet for en spektralfølge, men vi vil ikke gå videre ind i dette.

Der er flere måder, hvorpå en spektralfølge kan opstå. Det kan være via en filtreret differentialgradueret modul eller via et eksakt par bestående af to bigraduerede moduler med tre homomorfier, der gennem en itereret proces bestemmer en spektralfølge (faktisk giver disse to meget forskellige metoder anledning til den samme spektralfølge). I beviset for Künneths spektralfølgesætning anvendes et dobbeltkompleks med filtreringer som også giver anledning til en spektralfølge. For en dybere indføring i emnet spektralfølger henvises til [McCleary].

Litteraturliste

[McCleary] J. McCleary: *A User's Guide to Spectral Sequences*, Cambridge University Press, Cambridge, United Kingdom (2001).

[Weibel] C. A. Weibel: *An introduction to homological algebra*, Cambridge University Press, Cambridge, United Kingdom (1994).

Side 9-sætning: Om at tælle $\mathbb{Q}_+$

Taus Brock-Nannestad

De fleste af os kender nok beviset for, at mængden af naturlige tal er ækvipotent med mængden af (positive) rationelle tal. Den konstruktion der benyttes i beviset er imidlertid ikke særlig elegant. F.eks. optræder visse rationelle tal uendeligt mange gange i den liste der konstrueres.

Vi vil her vise en bedre måde at opremse de positive rationelle tal. Tallene i denne opremsning tager formen $b(n)/b(n+1)$, for en passende funktion $b : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}$, og har følgende egenskaber:

- Ethvert rationelt tal optræder netop én gang i denne liste.
- Tallene $b(n)$ og $b(n+1)$ er indbyrdes primiske, så brøken $b(n)/b(n+1)$ er uforkortelig.

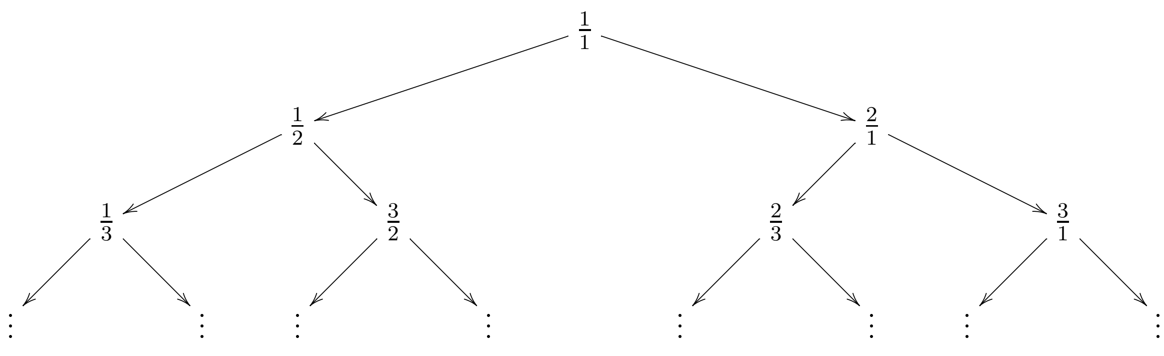
Derudover har funktionen b følgende rare egenskab:

- Tallet $b(n)$ angiver antallet af *hyperbinære* repræsentationer af tallet n. D.v.s. antallet af repræsentationer af n som en sum af potenser af 2, hvor hver potens forekommer 0, 1 eller 2 gange. F.eks. er $b(5) = 2$ da $5 = 2 + 2 + 1 = 4 + 1$.

Først betragter vi følgende *træ* af brøker — i litteraturen kendt som Stern-Brocot-træet. Træet er konstrueret ud fra følgende regler:

- Øverst i træet sidder brøken $\frac{1}{1}$.
- Hver knude $\frac{i}{j}$ har to børn: Venstrebarnet $\frac{i}{i+j}$ og højrebarnet $\frac{i+j}{i}$.

De øverste tre niveauer kan ses i figuren nedenfor.



Vi vil nu vise, at ethvert positivt rationelt tal er repræsenteret netop én gang i dette træ, i en form hvor tælleren og nævneren er indbyrdes primiske.

Lemma. *Ved enhver knude i træet er tælleren og nævneren indbyrdes primiske.*

Bevis. Dette gælder trivielt for den øverste knude $(1/1)$ i træet. Antag, at udsagnet ikke gælder generelt, og lad r/s være en brøk på det højeste niveau i træet hvor udsagnet er falskt. Hvis r/s er et venstrebarn, så er den tilsvarende moderknude $r/(s-r)$ en brøk hvor tæller og nævner ikke er indbyrdes primiske, men som optræder på et højere niveau end r/s, hvilket strider mod vores antagelse.

Hvis r/s er et højrebarn, så er den tilsvarende moderknude $(r-s)/s$, hvilket fører til den samme modstrid. $\square$

Lemma. *Ethvert reduceret rationelt tal optræder i træet.*

Bevis. Dette gælder trivielt for tallet 1. Antag, udsagnet ikke gælder generelt, og udvælg r/s blandt de brøker der *ikke* forekommer, således at nævneren s er mindst mulig, og således at r er den mindste mulige tæller blandt brøkerne med denne nævner.

Hvis $r > s$ så kan $(r-s)/s$ heller ikke optræde i træet, thi ellers ville højrebarnet til denne brøk være r/s som vi antog ikke optrådte i træet. Denne brøk har imidlertid samme nævner som r/s, og en *mindre* tæller, hvilket strider imod vores antagelse om, at r/s var minimal.

Tilfældet $r < s$ behandles fuldstændigt analogt. $\square$

Lemma. *Ethvert rationelt tal optræder højst én gang i træet.*

Bevis. Først bemærker vi, at det rationelle tal 1 kun optræder én gang. Hvis ikke, så skulle en brøk der repræsenterer 1 være et barn af en brøk r/s. Men brøken r/s har de to børn $r/(r+s)$ og $(r+s)/s$, der tydeligvis ikke kan være lig med 1.

Antag, at udsagnet ikke gælder generelt, og lad r/s være det mindste modeksempel, i samme forstand som ovenfor.

Hvis $r < s$, så er r/s et venstrebarn af to forskellige knuder der hver indeholder brøken $r/(s-r)$, hvilket tydeligvis strider mod kravet om, at nævneren s var mindst mulig.

Tilfældet $r > s$ behandles fuldstændigt analogt. $\square$

Vi har nu vist, at ethvert positivt rationelt tal optræder netop én gang i dette brøktræ. Det er nu tydeligt, at vi kan lave en liste over alle positive rationelle tal ved at skrive tallene i den øverste række, efterfulgt af tallene i den næstøverste række, o.s.v..

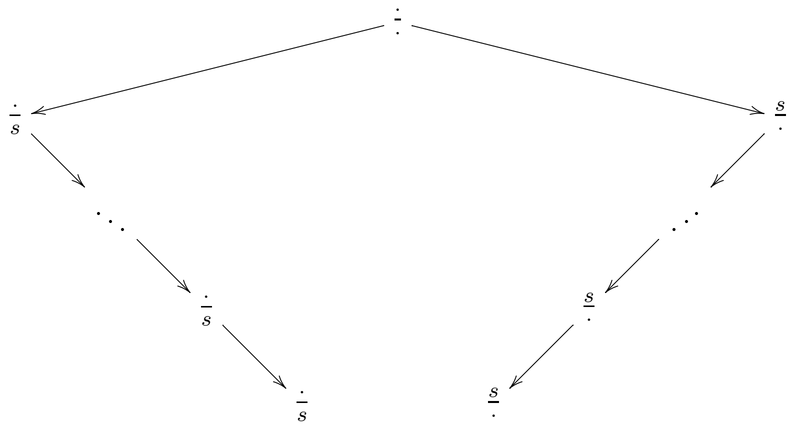
Vi får så en liste af brøker der begynder på følgende måde:

$$\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{2}{1}, \frac{1}{3}, \frac{3}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{1}, \frac{1}{4}, \frac{4}{3}, \ldots$$

Som man kan ane ud fra denne liste, så svarer enhver brøks nævner til tælleren i den brøk der kommer umiddelbart efter. Vi vil nu vise, at det gælder for alle brøkerne i denne liste.

Hvis en brøk er et venstrebarn af en specfik moderknude, så vil den brøk der følger umiddelbart efter være det tilsvarende højrebarn der hører til denne moderknude. Udfra definitionen af brøktræet svarer nævneren således til tælleren i brøken der følger umiddelbart efter.

Hvis en brøk er et højrebarn, så har den samme nævner som sin moderknude, og den brøk der følger umiddelbart efter har samme tæller som sin moderknude. Vi kan derfor flytte et niveau op og betragte moderknuderne i stedet. Hvis vi fortsætter på denne måde vil disse to følger af moderknuder til sidst mødes under den samme moderknude, og som vi viste ovenfor, så holdt påstanden i dette tilfælde. Dette kan illustreres ved følgende diagram:



Endelig bemærker vi, at hver række begynder med en brøk af formen $1/s$ og slutter med en brøk af formen $r/1$. Vi har således vist det ønskede udsagn.

Enhver brøk i træet (og listen) har således formen $f(n)/f(n+1)$ for en passende funktion f.

Vi vil nu vise, at denne funktion f er entydigt bestemt, og at den antager de samme funktionsværdier som funktionen b som vi beskrev tidligere.

I brøktræet har brøken $f(n)/f(n+1)$ venstrebarnet $f(2n+1)/f(2n+2)$ og højrebarnet $f(2n+2)/f(2n+3)$.

$$\begin{tikzcd}[column sep=small]
 & \cdots & \frac{f(n)}{f(n+1)} \arrow[dl] \arrow[dr] & \cdots & \\
\cdots & \frac{f(2n+1)}{f(2n+2)} & & \frac{f(2n+2)}{f(2n+3)} & \cdots
\end{tikzcd}$$

Udfra den måde træet er konstrueret på må der således gælde, at

$$f(2n+1) = f(n)$$

og

$$f(2n+2) = f(n+1) + f(n).$$

Øjensynlig er f entydigt bestemt udfra disse ligninger samt startværdien $f(0) = 1$.

Vi vil nu vise, at funktionen b, som blev nævnt tidligere, er identisk med funktionen f.

Vi bemærker først, at $f(0) = b(0) = 1$. Antag nu, at $f(k) = b(k)$ for alle $k \leq 2n$.

Givet en hyperbinær repræsentation af tallet $2n + 1$ kan vi konstruere en repræsentation af n ved at fjerne 1-tallet og derefter halvere hvert led. Omvendt kan tage en repræsentation af n, fordoble hvert led og lægge 1 til, hvorved vi får en repræsentation af $2n + 1$. Således må der altså gælde, at $b(2n + 1) = b(n)$.

I en hyperbinær repræsentation af tallet $2n + 2$, så er 2-tallet enten repræsenteret som $1 \cdot 2^1$ eller $2 \cdot 2^0$. Hvis det første er tilfældet, så kan vi halvere hvert led i repræsentationen, hvorved vi får en repræsentation af $n + 1$. I det andet tilfælde kan vi fjerne de to 1-taller og halvere de resterende led, hvorved vi får en repræsentation for n. Omvendt kan man ud fra repræsentationer af n og $n + 1$ konstruere samtlige repræsentationer for $2n + 2$. Således må der gælde, at $f(2n + 2) = f(n + 1) + f(n)$.

Således opfylder funktionen b de samme startbetingelser og ligninger som funktionen f. Da f er entydigt bestemt må der således gælde, at $f(n) = b(n)$ for alle $n \in \mathbb{N}_0$

Side 9-sætningen. *Til ethvert positivt rationalt tal q findes der et entydigt bestemt heltal n, så q kan skrives som uforkortelig brøk på formen $b(n)/b(n + 1)$, hvor $b(n)$ er antallet af hyperbinære repræsentationer af n.*

Georg Mohr Vinderseminar

Mikkel Abrahamsen, 3.y Odsherreds Gymnasium

I år var IMF vært for det prestigefyldte seminar for dem, der har klaret sig særligt godt i årets Georg Mohr-konkurrence. Alle der blev tildelt 9 point eller derover ud af 20 blev inviteret til dette seminar. Det var 17 3.g'ere fra hele landet samt en enkelt 2.g'er. Desuden blev også 3 1.g'ere, der havde udmærket sig i særlig grad, men dog kun opnået 8 point, inviteret til at deltage, så de kunne komme i skarp træning og måske stå i spidsen for Danmark, når alle 3.g'erne ikke kan være med næste år.

Indkvarteringen skete på Bellahøj Vandrehjem i Brønshøj. Seminaret begyndte søndag 27.2.2005 kl. 17 på Bellahøj Vandrehjem. Jeg selv var så uheldig at blive ramt af en skrap influenza få dage forinden, så jeg var om søndagen endnu ikke klar til at forlade min sygeseng, selvom jeg ellers nok så gerne havde gjort det til fordel for at hellige mig talteoriens ædle kunst, som deltagerne beskæftigede sig med om søndagen. En af de her stillede opgaver som opnåede en helt særlig status blandt deltagerne, hvilket er grunden til at jeg ved dette (ellers havde folk ikke talt om den senere), er følgende stillet til matematikkonkurrence Baltic Way i 1997: Verdenerne i Verdenssfæren er nummereret $1, 2, \dots, n$ og forbundet således at troldmanden Gandalf for hvert naturligt tal n kan bevæge sig begge veje mellem verdener med numrene n, $2n$ og $3n + 1$. Hvis Gandalf starter sin rejse i en vilkårlig verden, kan han da komme til en hvilken som helst anden verden?

Mandag var den berygtede dag med 2 gange opgaveregning og -gennemgang og dagen for min tilslutning til seminaret. Hans Plesner Jakobsen bød os velkommen til IMF, skønt det skete på August Krogh Instituttet, hmm...! Han fortalte om den nye studieordning, om de forskellige studier i matematik og om dem med stort indhold af matematik. Derefter gik snakken på flader i rummet, og om hvordan man bevæger sig på dem ad den korteste vej. Hvis man grundet en nødsituation skal så hurtigt ned fra Rundetårn som muligt, skal man løbe ad en rute, så man ikke accelereres i forhold til gulvet!

Stemningen var høj under Søren Eilers' forelæsning om lego-tælleproblem. Der blev bygget med legoklodser, mens andre forsøgte at reducere problemet til at omhandle centi-cubes. Folk var meget villige til at lave alt for høje øvre grænser for konstruktionsmulighedernes vækst som funktion af antallet af klodser. Søren Eilers belærte om, at det var muligt at lave en øvre eksponentielt voksende grænse, en fakultetsfunktion behøvede ikke indgå i udtrykket. Æv! Senere forklarede han om sin kollega Bergfinnurs flaskehals-sandwich-model. Her blev det hele pludselig så abstrakt.

Georg Mohr-vindere er virkeligt hyggelige mennesker! Især når der serveres te og kaffe i pauserne. Selvom der skal udvælges folk til de videre konkurrencer, hvilket bl.a. gøres på baggrund af deltagernes præstationer i vinderseminaret, mærkedes ingen indbyrdes konkurrence eller ubehageligheder. Der bliver snakket om både det ene og det andet. Selvfølgelig en del om matematik, fx grines ad opgaver indledt med mærkelige historier. Den slags var der mange af i opgaveregningstimen i kombinatorik og diskret matematik under vejledning af Ulrik Buchholtz. Der var bl.a. opgaver i ø-samfund og grupper af folk med hemmeligheder.

Efter en anstrengende mandag var det dejligt at komme hjem på Bellahøj Vandrehjem og slappe af. Der blev spillet bordtennis (af en eller anden grund var det altid de samme to personer der var i finalen, hmm...). Vores gæst, Charles Nassouri fra universitetet i Ouagadougou, Burkina Faso, spillede med alt hvad han havde lært. Han var på besøg i Danmark for at se, hvordan vi afholdt et vinderseminar, så han måske kunne arrangere noget lignende hjemme i Burkina Faso. Udover bordtennis var en yndet beskæftigelse også det såkaldte modulo-casino, en udvikling af almindelig casino hvor man desuden kan tage kort vha. moduloregning.

Under aftensmaden på Bellahøj diskuteredes gudsbeviser, psykopattests, Freud og, selvfølgelig, mere matematik! Nogen frygtede dette, men – hvad kunne man ellers forvente når man samler 21 af de i matematik dygtigste og mest interesserede danske gymnasieelever og beder dem regne opgaver sammen, spise sammen og sove sammen i flere dage? Senere på aftenen stod der geometri på programmet. På jagt efter de ensvinklede trekanter! Hvem finder først dem man kan bruge til noget? Geometri var det mest forhadte emne blandt deltagerne. Vi gjorde alligevel alle sammen vort bedste!

Om tirsdagen skulle vi regne opgaver i uligheder og funktionalligninger under vejledning af Anders Schack-Nielsen. Disse opgavetyper var ret fremmede for os der ikke før havde været med. Alligevel fik vi i min, meget uerfarne, gruppe løst en hel del funktionalligninger, og sørme også et par enkelte uligheder.

Efter frokost stod der festforelæsning ved Søren Jøndrup på programmet. Han var vist selv imod denne titel, men en forelæsning holdt han da. Han forelæste om Desargues sætning, Pappos' sætning og flere andre interessante emner i denne boldgade. Han flyttede plangeometrien ud i rummet og placerer punkter i det uendeligt fjerne så let som ingenting. Derved kunne de mest absurde geometriske forhold bevises – jeg vil ikke sige så let som ingen ting igen, for man skulle virkelig holde tungen lige i munden for at følge med!

Festforelæsningen skulle løfte stemningen til den efterfølgende reception. Her blev vi alle hyldet og begavet med en masse bøger, en KU-pose, en Red Barnet-kuglepen og tre blokke med gult klisterpapir. Vi fik bl.a. bogen "Studentereksamensopgaver" i matematik 1806 - 1991". Den blev omhyggeligt gransket af mange senere! Også emner fra "Matematiske Miniaturer" af Jens Carstensen blev diskuteret flittigt. Der blev serveret og øl og sandwich, og spillet modulo-casino i det ene rum mens der var rå-hygge i det andet rum. Den gode Marianne Terp, som fulgtes med os og tog sig godt af os hele seminaret igennem for at sørge for, at alt gik til som det var planen, tog bl.a. det billede som man kan se ved denne artikel.

Da vi efter flere timers magelighed ville hjem til Bellahøj igen havde noget der ligner en snestorm lagt sig over København. Det tog forfærdeligt lang tid i busserne, og var meget koldt. På Bellahøj så man det fænomen, at folk der har noget til fælles, diffunderer sig sammen i en klump så de kan samtale om fællesinteressen. I mit tilfælde var det en klavermusikgruppe der samlede sig. Desuden blev der talt meget om rollespil og efterskoletider samt endnu flere af de mærkeligste emner fra "Matematiske Miniaturer". Vi sov først sent, for det var så hyggeligt at snak om det gode liv og livets goder i øvrigt.

Næste morgen var det alvorens time, i stærk kontrast til hyldesten dagen før. "Terminsprøve" på N. Zahles Gymnasieskole! 4 opgaver, og lige så mange timer. En opgave i talfølger, geometri, en funktionalligning og en analyse af alle skoleklasser for hvilke der tegner sig et bestemt mønster for elevernes byture. Bagefter var folk stille og tomme i hovederne. Vi begyndte at spørge lidt til, hvordan hinanden løste den og den, og så gik vi op og købte lidt mad i kantinen. Der skiltes vores veje lidt efter lidt. Det var mærkeligt lige pludselig at skulle hjem. I dåårligt vejr!

Den 5. april kan alle fra vinderseminaret som ønsker det deltage i Nordisk Matematikkonkurrence. Så udvælges 6 der skal til IMO (International Mathematics Olympiad), og 5 der skal til Baltic Way. Her slutter Georg Mohr-året.

Kryds & Tværs

Martin "Damskur" Damhus

Vandret:

1: Klasse af leddyr, der bl.a. omfatter hummere
9: Fantastisk
17: Informationsenhed
20: Specielle ortogonale gruppe
21: Palads
22: Vanvidstype
24: Frihed for distraktionsmomenter
25: Hvileperioden
27: Lille dyr
29: Bevægelig del af flyvinge
31: Astrid Lindgren-dreng
32: Bod
35: Som vedrører verdensrummet
36: Fx et rigsæble
39: Robotter
41: Udenlandsk vægtenhed
42: Enspændervogn
44: Begynder
45: Væsker
46: Feriemål
47: Udtryksmåde
49: Kampplads
52: Opretholde status quo mht. egen position
55: Oldindisk litteratursamling
56 Billedrum under en lineær operator
57: Stabile under indre automorfier
59: Apparat
60: Madvare
61: Figur
64: Trade mark
65: Telefonlyd
66: Euforiserende middel
67: **** Amos
68: Konsekvens af frost
70: Rå
72: Romertal
73: Bjerg
74: Skueplads
76: Fartøj
77: Kun lidt større end ε
78: Tage på
80: Genre
82: Fuldkommenhed
83: Godt kort i poker
85: Avis
86: Affære
87: Udo
90: Undersøgelsesmetode
92: Matematiker-fornavn
95: Kilometer
96: Enhed
97: Sandholdig og øde lokalitet, typisk med store temperatursvingninger
98: Hovedpulsåren
100: Ærgrelsesudråb
101: Pjusket og vildtvoksende hår
102: Tåber
105: År
106: Forholdsord
109: Væsen
110: Husker du mon den nu legendariske tegning "****-bisp konvergerer mod bi" ?
111: Drik
113: Stand
116: By
117: Carpe **** (my ass)
119: Hr.
121: Lidelse
123: Udstyr
126: Afrikansk republik med ca. 1,2 mio. indbyggere
129: Pablo ******: Digter
131: Oppe i tiden
132: ***-morfi
133: Punkt på jordoverfladen
136: Redskab
137: Bagværk
140: Land
141: Vegetation
144: Jamie *** Curtis
146: Irland
147: Hædres
149: Beklædningsgenstand
150: Lad H være den cykliske gruppe af orden 13, og lad $g \in H$. $g^{15} = **$?
151: Rummene
154: Radiolyd
155: Bevidsthed
156: Ubunden

flere ord følger →

Selve krydsogtværsen er ikke tilgængelig i den elektroniske udgave.

Vandret - fortsat:

157: Tone
158: Sørgeligt syn
159: Isaks ældste søn
161: Uddyber
165: Person
168: Pertentlige
171: Firma
172: Plyndr
173: $\frac{\sin}{\cos}$
174: Langs
175: Magthaver
177: Køkkenelement
178: Land
179: Gamle
182: Totalt forbud
183: Navn
184: Amerikansk standard for 7-bits binær kodning af tegn, bogstaver og cifre
186: Normalside
187: Periode
188: Tarvelig
192: Realisere på papir
194: Konsistens
196: Plaske løs
198: Adresse
200: Udspændte
202: Kurs: sydvest
204: Grej
205: Jysk superligaklub
206: Ophedet lokale
208: Eksotisk navn
210: Opdyrkede områder
214: Dansk band
216: Fartøj; benyttes under drukfældige efterårsekskursioner til Norge
218: Folkeslagsmæssig
220: Udbrud ved mindre uheld forårsaget af decideret motorisk klodsethed
222: Valg af skuespillere
224: "Jaja jajaja... ja, nemlig, ja ..."
225: Stift
227: Tordengud
228: Molybdæn
230: Og andet
232: Begår en fejl mht. til det tableau der skal fotograferes
236: Filmen
242: Rederi kendt fra brætspillet Matador; man bør hade Mat-**'s fodboldspillere!
243: Organ
244: Visne
245: Aflejringen
246: Instrument
247: Selv

Lodret:

1: Plantegruppe
2: Forkortelse for "Rex"; et programmeringssprog for statistikere; enhed for røntgen- og gammastråling
3: Ophør gradvist
4: Glas med 2 styrker
5: Himmellegeme
6: 500; typisk navn for differentialoperator; forkortelse for "den" i datonedfældninger
7: Opildner
8: Radium
9: Måltid
10: Smagsstof
11: Ubehagelig person
12: Lad E være en ikke-triviel permutationsmatrix og I identitetsmatricen. Da kan vi skrive $E =$ **.
13: Pjalt
14: Morgenmadsspise
15: Drikken
16: Konstruktion (i visse programmeringssprog), som tillader et ubetinget hop
17: God start på julefrokost
18: Måleenhed
19: Sankt
20: Hoved
23: Våben
26: Dreng
28: Opløs (på en måde der gør herre nas)
30: Ankom
33: Spil
34: Findes
37: Glug
38: Rodmultipliciteten af $1+i$ i polynomiet $z^5-3z^4-7z^3+17z^2$
40: Militært udstyr
43: Amerikansk navn
46: Kanal
48: Medie
50: Vores
51: Klargør
52: Som låner virkemidler fra de levende billeder
53: Starut
54: Af samme overbevisning
56: Bud
58: Måleinstrumentet
62: Særligt familiær hushjælp
63: Top
67: Sport
69: Etage
71: Politisk system
74: Mister
75: Ikke

79: Anvend afbildningen $x \mapsto x + k$, hvor $k > 0$
81: Gammeldags
84: σ, ς og Σ
88: I henhold til
89: Køkkenapparater
91: Videnskab
93: Dyrkning
94: Uden årstal
96: Pigenavn på en dreng fra '02
99: Flod
103: Modeskaber
104: Makeupartikel
107: $5 \equiv ^{**} (mod 4)$
108: Styk
109: Skyts
112: Greve
114: æstetisk
115: Interjektion (af religiøs karakter)
118: Idrætsforening
120: x^4, hvor x er bogstavet i felt 120
122: Pulverisere
124: Kommunistisk leder
125: Mario ******: portugisisk ekspræsident, nu medlem af EU-parlamentet
127: Inspicerede
128: Windows-version
130: Håndtagene
134: Få til at tage imod
135: Stat
137: Lad $z \in \mathbb{C}$ så Arg$z = \frac{\pi}{2}$. Da danner punkterne $(0, z), (0, 0) og (|z|, 0)$ en *** vinkel
138: Optrin
139: Germanium
142: Være i sit **
143: Havjætte, gift med gudinden Ran og fader til bølgerne
145: Lokale
148: Skakbriks
152: Luftfartsselskab
153: Iøjenfaldende
154: Lokale
155: Besidder
156: Løslod
160: Uimodsigelig
162: Vedrørende romernes sprog
163: Forkortelse
164: Score
166: Fiberrørshjælpemiddel i skruesammenhænge
167: Besværgelse
169: Kaloriefattig
170: Retorisk dyd
175: Dannelse
176: ** Møller
179: Enorme mængder
180: Mytologisk gris
181: Svensk dyr
185: Typisk konsekvens af eksamenslæsning
189: Entydigt bestemt
190: Os
191: Kulturbygning
193: ***** Newton
195: Jean-Marie *******: Fransk violinist, 1697 - 1724. Stilskaber og komponist bag mindst 12 koncerter og 48 sonater.
197: Tegn
199: Gud
201: Herberg
203: Det afsides sted
205: Stjernebillede i dyrekredsen
207: To ens
209: Græsrodsbevægelse mod atomkraft, eksisterede 1974-2000.
211: Del af kniv
212: Afbildningen $x + iy \mapsto x$, hvor $x, y \in \mathbb{R}$.
213: Biologisk katalysator
215: Artikulere højrøstet og groft
217: Drengenavn
219: Britpop-band
221: Del af kat
223: Lide en ****
225: Ti-
226: Blæseinstruments
229: Tre
231: Okse
233: Adgangsregulator
234: Bibelpersonage med smag for forbudne frugter
235: Måleenhed for belysning
237: Guflede i sig
238: Sportsbegivenhed
239: ** face: Ikke i profil
240: Rumvæsen
241: Einsteinium

Kodeord:

219-177-56-76-243-156-166-92-128-111 —
55-143-23-212-121
153-129-65
159-186-245-25-18-155-164-103 !!!

Opgavebesvarelser

Taus Brock-Nannestad

Muligheden for at vinde en flaske sprut var i sandhed noget de unge friske, frejdige matematikstuderende kunne forstå. Antallet af besvarelser er derfor også steget markant i forhold til sidste nummer. Rigtige besvarelser blev indleveret af:

Randi ('02) & 202 ('03) & Mathilde ('01),
Rune Kaasen ('00) & Niels Kjærsgaard ('00),
Marta Lisa Diaz ('02),
Troels Windfeldt ('98, Ph.D.-stud.),
Philip Skov Knudsen (datalog),
Jakob Svendsen ('02),
Rasmus Hansen (fysiker),
Krarup ('04),
Lemming ('04),
Thomas Krumholt ('02),
Michael Hansen ('02),
Caroline Jørgensen (aktuar 2002),
Helle Bjerg Petersen ('03),
Katja Skaaning ('02),
Malthe Borch ('00) & Henrik Hassager (udv.stud. '99),
Marie Lund Christophersen ('02),
Arvid Böttiger & Morten Hornbech & Jerôme Balterzen ('04).

Troels Windfeldt gættede derudover på, at løsningen var entydig og det kan vi her bekræfte. Redaktionen ligger inde med et simpelt bevis bestående af gennemgange af de 812 851 200 involverede deltilfælde.

Præmien i denne omgang er endnu en gang en Mystisk Flaske med et mystisk indhold af mystisk oprindelse. Vi kan røbe, at det hverken drejer sig om shampoo, kloakrens, skyllemiddel, lightervæske eller kantinens kaffe[1], men derimod en flaske bestående af lige dele sprut, karamel og cubanere — intet mindre end en flaske Cuba Caramel.

Til at vælge en vinder blandt de 18 indleverede besvarelser brugte vi to tilfældigt udvalgte terninger som vi umiddelbart forinden havde velsignet i Inge Henningsens og Michael Sørensens navn.

Den heldige vinder blev Jakob Svendsen ('02). Tillykke, Jakob! Du kan ved lejlighed opspore redaktionen så vi kan overdrage flasken til dig.

[1] Muligvis den farligste af de fem muligheder

Endelig kan I her se den rigtige løsning på sidste nummers puzzle. Vanen tro opsummerer vi først opgaveformuleringen:

> Formålet med denne type puzzle er, at skrive tallene $1, \ldots, 6$ i felterne således at følgende betingelser er opfyldt:
>
> 1. Et tal må ikke optræde to eller flere gange i den samme søjle eller række. (De der har fulgt MatXX vil genkende dette som værende definitionen på et latinsk kvadrat. Hvis man har haft gruppeteori kan man forestille sig en gruppetavle).
> 2. Tallene ude på sidelinierne angiver hvor mange tal man kan "se" i den pågældende række eller søjle når man kigger ind i kvadratet fra tallet på sidelinien. Bemærk at man i den højre søjle kigger mod venstre, og ligeledes i den nederste række kigger opad.

Og her er løsningen:

	3	3	2	1	2	3	
3	2	1	5	6	4	3	3
3	4	5	6	1	3	2	3
4	1	3	2	4	6	5	2
1	6	2	1	3	5	4	3
2	5	4	3	2	1	6	1
2	3	6	4	5	2	1	4
	3	1	2	2	3	2	

Marie-Sophie Germain (1776-1831)

Sanne Hansen

Historien om Marie-Sophie Germain er anderledes og dog så ens med historierne om Sofia Kovalevskaya og Maria Gaetana Agnesi. De har alle tre måtte kæmpe hårdt mod samfundet (og til en vis grad også mod familien) for at få lov til at forfølge deres passion og studere matematik.

På Marie-Sophie Germains tid blev kvinder af hendes sociale status ikke opfordret til at studere matematik, men man forventede at de havde et så fyldestgørende kendskab til emnet, at de kunne konversere om det til selskabsbrug. Til det formål var der blevet skrevet en række bøger, som skulle forklare nogle af de seneste teorier om emnet for de unge damer. F.eks. skrev Francesco Algarotti en bog der hed *Isaac Newtons filosofi til brug for damer*. Måske fordi Francesco Algarotti fejlagtigt troede at kvinder kun var interesseret i romantik, forklarede han Newtons opdagelser ved at lade en fransk adelsdame og en samtalepartner have en noget flirtende dialog. Et sted i bogen forsøger samtalepartneren at skitsere Newtons afstandskvadratlov for gravitationen, hvorpå adelsdamen kommer med sin egen personlige fortolkning af den fysiske lov ved at sige noget i stil med: Jeg kan ikke lade være med at tænke på at denne lov også kan iagttages i kærligheden, så efter otte dages fravær bliver kærligheden fireogtres gange mindre end på den første dag.

Naturligt nok var denne vældig galante boggenre ikke nogen guldgrube til viden for en kvinde, der virkelig ville studere matematik. Derfor var også Marie-Sophie Germain nødt til at forsøge at følge undervisningen på et universitet. Men ligesom for Sofia Kovalevskaya og Maria Gaetana Agnesi var universiteterne lukket land, fordi de kun var for mænd. Modsat Sofia Kovalevskaya og Maria Gaetana Agnesi der kæmpede for at få lov til at studere ved universiteterne til trods for deres køn, valgte Marie-Sophie Germain en alternativ fremgangsmåde. Hun overtog en tidligere studerendes identitet og brugte det mandlige pseudonym, Monsieur Le Blanc, for på den måde at kunne få forelæsningsnoter og opgaver fra universitetet i Paris.

Barndom og ungdom

Marie-Sophie Germain blev født den 1. april 1776 i Paris af en velhavende købmand, Ambroise-Francois Germain og Marie-Madelaine Gruguelin. Hun var den mellemste i en søskendeflok på 3 piger. Marie-Sophie Germain voksede op under den franske revolution og hendes studier af matematik foregik under

Rædselsperioden. Men selvom Marie-Sophie Germains far var velstående, var han ikke en del af det franske aristokrati. De voldsomme begivenheder i Paris gjorde dog at Marie-Sophie Germain blev holdt hjemme og hun fik derfor masser af tid til gå på opdagelse i sin fars veludrustet bibliotek.

Marie-Sophie Germain første biograf, en italiensk matematiker og ven af familien ved navn Guglielmo Libri-Carrucci dalla Sommaja er kilden til to historier om Marie-Sophie Germain, der fortæller om hendes første interesse for matematikken og hvad hun måtte overvinde for at få lov til at studere matematik for sine forældre.

Den første historie handler om at Marie-Sophie Germain som 13-årig gik på opdagelse i sin fars bibliotek og her faldt over Jean-Etienne Montuclas bog *Matematikkens historie* og blev meget fascineret af hans historie om Archimedes, især om beretningen om hans død. Ifølge legenden var Archimedes så opslugt af at studere en geometrisk figur i sandet, at han ignorerede spørgsmål ("Forstyr ikke mine cirkler!") fra en romersk soldat, der i sin vrede gennemborede ham med sit spyd. Legenden er nok bare ikke helt korrekt, Archimedes blev nok snarere dræbt af den romerske soldat, fordi han stod bag dele af Syracus' forsvar, han havde bygget en katapult og opfundet en spejlsystem, der kunne fokusere sollyset på de romerske skibe og sætte deres sejl i brand, for at forhindre romerne i at indtage Syracus. Men hvorom alt er så fortæller Guglielmo Libri-Carrucci dalla Sommaja at Marie-Sophie Germain blev så betaget af legenden, at hun fandt at matematik måtte være det mest fængslende fag i verden (og det må man da give hende ret i), når man kunne være så optaget af det at det kunne føre til døden.

Den anden historie handler om at Marie-Sophie Germain efter at have læst om Archimedes gik i gang med at læse om talteori og analyse, og sad til langt ud på natten for at studere værker af Euler og Newton. Men hendes pludselige interesse for et, ifølge samfundet, ukvindeligt fag bekymrede hendes forældre og de konfiskerede derfor hendes stearinlys, kaminbrænde og tøj for at forhindre hende i at studere. Dette forhindrede dog ikke Marie-Sophie Germain i at blive ved med at studere om natten. Hun skaffede en hemmelig forsyning af stearinlys og brugte sit sengetøj til at holde varmen. Så selvom hun bliver beskrevet som sky og kejtet havde hun da også noget af en viljestyrke, og enden blev at hun fik lov af forældrene til at fortsætte sine studier. Marie-Sophie Germain blev aldrig gift, og hendes uddannelse og forskning blev finansieret af hendes far.

Monsieur Le Blanc

Selvom Marie-Sophie Germain havde forældrenes accept af sit ønske om at studere matematik på et højere plan, var det ikke muligt for hende at komme ind på et universitet på grund af sit køn, så i mange år måtte hun studere for sig selv. Men så kom der en mulighed. I 1794 åbnede École Polytechnique i Paris og det ville have været det oplagte sted for Marie-Sophie Germain at studere. Desværre var det kun tilladt for mænd at læse der og Marie-Sophie Germain prøvede ikke at presse skolens ledelse. I stedet valgte hun at udgive sig for at være en tidligere studerende ved navn Antoine-August Le Blanc, der havde forladt Paris. Universitetet var ikke klar over at den virkelige Monsieur Le Blanc havde forladt Paris og blev ved med at trykke forelæsningsnoter og opgaver til ham. Marie-Sophie Germain fik fat i hans materiale og kunne på den måde hver uge aflevere opgavebesvarelser under pseudonymet. Hun kunne dog ikke møde op på universitetet og følge forelæsningerne for så ville det blive opdaget at hun var en kvinde. Det gik godt i nogle måneder, men så begyndte forelæseren på analysekurset, Joseph-Louis Lagrange, at undre sig over den forvandling der var sket med Monsieur Le Blanc. Før havde han været en noget dårlig og uduelig elev, og nu var han pludselig begyndt at aflevere nogle fremragende besvarelser. Joseph-Louis Lagrange bad derfor om et møde med sin elev og Marie-Sophie Germain blev tvunget til at afsløre sin sande identitet. Heldigvis tog han det pænt og blev hendes vejleder og ven. Dette førte til at Marie-Sophie Germain ikke længere nøjes med at løse opgaver, men gik over til at dyrke de mere uudforskede områder af matematikken, da hun nu havde mulighed for at få professionel vejledning.

Marie-Sophie Germain begyndte blandt andet at skrive til Adrien-Marie Legendre angående nogle problemer, som han havde skitseret i sin bog fra 1798, *Essai sur le Théorie des nombres.* Brevvekslingen betød at Adrien-Marie Legendre senere offentliggjorde nogle af Marie-Sophie Germains opdagelser i et supplement til den anden udgave af sin bog.

Fermats Store Sætning

Efter at Marie-Sophie Germain havde kastet sig over talteorien, fik hun kendskab til Fermats Store Sætning. Hun arbejdede med problemet i flere år og kom med en masse idéer. Men hun havde brug for at høre en anden talteoretikers mening og besluttede sig for at gå direkte til toppen, nemlig at rådføre sig med Carl Friedrich Gauss. Selvom Marie-Sophie Germain på dette tidspunkt var blevet delvist respekteret i Paris var hun bange for at denne store tyske matematiker ikke ville tage hende alvorligt eller måske ignorere hendes breve, fordi hun var en kvinde, så hun skrev til ham under sit gamle pseudonym Monsieur Le Blanc.

Nogle af de idéer som Marie-Sophie Germain havde fået om Fermat Store Sætning var at det måske ville være en bedre strategi at prøve at sige noget om mange tilfælde på én gang frem for at bevise et specielt tilfælde. Femoghalvfjerds år tidligere havde Euler offentliggjort sit bevis for tilfældet $n = 3$, men det var ikke lykkedes at bevise andre specialtilfælde. Marie-Sophie Germain fik imidlertid den idé at betragte de primtal p med den særlige egenskab at $2p + 1$ også var et primtal. På listen indgår f.eks. 5, fordi 11 $(2 \cdot 5+1)$ også er et primtal, men 7 indgår ikke, fordi 15 $(2 \cdot 7+1)$ ikke er et primtal. For værdier af n lig med disse primtal brugte hun et elegant argument til at vise at der sandsynligvis ikke var nogen løsninger til ligningen $x^n + y^n = z^n$. Med sandsynligvis mente hun at hvis der fandtes en løsning ville enten x, y eller z være et multiplum af n og det ville sætte strenge betingelser for de mulige løsninger. Ved hjælp af hendes metode lykkedes det i 1825 for Gustav Lejeune-Dirichlet og Adrien-Marie Legendre, uafhængigt af hinanden, at bevise Fermats Store Sætning i tilfældet $n = 5$. Deres beviser byggede på Marie-Sophie Germains forarbejde. Fjorten år senere lykkedes det for Gabriel Lamé at tilføje nogle nye elementer til Marie-Sophie Germains metode og på den måde bevise Fermats Store Sætning i tilfældet $n = 7$.

Marie-Sophie Germains største bidrag til matematikken ville måske for altid have været tilskrevet Monsieur Le Blanc, hvis det ikke havde været fordi Napoleon i 1806 besluttede at invadere Preussen. Den franske hær stormede den ene tyske by efter den anden og Marie-Sophie Germain begyndte at frygte for Carl Friedrich Gauss' sikkerhed. Måske tænkte hun tilbage på den historie hun havde læst som 13-årig om Archimedes og var bange for at samme skæbne skulle overgå Carl Friedrich Gauss. Under alle omstændigheder sendte hun en besked til en ven af familien, general Joseph-Marie Pernety, der havde kommandoen over de fremrykkende styrker og bad ham garantere for Carl Friedrich Gauss' sikkerhed. Som følge deraf fik Carl Friedrich Gauss at vide at han kunne takke Mademoiselle Germain for sit liv og det undrede ham noget, da han ikke kendte en person ved det navn. Derfor afslørede Marie-Sophie Germain modstræbende sin sande identitet i sit næste brev til Carl Friedrich Gauss. Heldigvis blev han alt andet en vred, men skrev tilbage og udtrykte sin beundring for hendes arbejde og sin fulde forståelse for de vanskeligheder hun måtte have haft på grund af sit køn.

Anvendt matematik

Marie-Sophie Germains brevudveksling med Carl Friedrich Gauss var en stor inspirationskilde til hendes arbejde i den periode fra 1804 til 1808, hvor de skrev sammen. I 1808 sluttede forbindelse imidlertid brat, da Carl Friedrich Gauss blev udnævnt til astronomiprofessor ved Göttingen og derfor ikke længere fandt det interessant at udveksle breve om talteori med Marie-Sophie Germain.

I 1808 skete der også en anden ting, der fik stor indflydelse på Marie-Sophie Germains liv. Den tyske fysiker Ernst F. F. Chladni besøgte Paris og viste et eksperiment med sand på små vibrerende glasplader. Han konstaterede at sandet samlede sig i bestemte mønstre, når han fik pladen til at vibrere ved at køre en violinbue på kanten af den vandrette plade og at mønstrene afhang af hvor og hvordan han brugte violinbuen. Der var ikke nogen der havde en forklaring på dette fysiske eksperiment, der er kendt under betegnelsen Chladnifigurer. Så Napoleon dannede en komite, der skulle uddele en pris til den, der kunne komme med et matematisk forklaring på disse sandmønstre. Marie-Sophie Germain gik i gang med at arbejde på denne opgave og var den eneste deltager. Desværre havde hun ikke den fornødne viden om fysik til at kunne lave en fyldestgørende besvarelse. Men hun havde mange gode og rigtige idéer, og da hun fik hjælp af Joseph-Louis Lagrange til rette sine fejl, lykkedes det hende i 1816 at vinde prisen i sit tredje forsøg. Hendes arbejde med elastiske pladers svingninger var et af de grundlæggende arbejder indenfor den moderne elasticitetsteori. Som anerkendelse for hendes forskning blev hun tildelt en medalje fra Institut de France.

Marie-Sophie Germain fik herefter som den første kvinde der ikke var gift med et medlem lov til at følge Videnskabsakademiets forelæsninger. Det lykkedes hende også at genoptage forbindelsen med Carl Friedrich Gauss, som overbeviste universitet i Göttingen om at hun skulle tildeles en æresgrad. Desværre fik Marie-Sophie Germain i 1829 brystkræft, men bekæmpede det i nogle år for til sidst at måtte bukke under den 27. juni 1831, før ceremonien ved universitetet i Göttingen.

Kilder:

Victor J. Katz: A History of Mathematics, Addison-Wesley 1998
http://www.sdsc.edu/ScienceWomen/germain.html
http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Mathematicians/Germain.html
http://www.agnesscott.edu/lriddle/women/germain.htm

FAMØS marts 2005.
Fagblad for Aktuar-, Matematik-,
Økonomi- og Statistikstuderende ved
Københavns Universitet.

Redaktionsgruppe:
Mathias Winther Madsen
Sara Arklint (ansvh.)
Tarje Bargheer
Taus Brock-Nannestad
Ulrik Torben Buchholtz

Tegner:
Anne Vinkel Hansen
Kristoffer Søndergård Martinsen

Deadline for næste nummer:
Fredag den 6. maj 2005

Indlæg modtages gerne og bedes sendt til `famos@math.ku.dk` – meget gerne skrevet i LaTeX.
FAMØS' dueslag på Matematisk Afdelings sekretariat kan til nøds også bruges.

FAMØS er et internt fagblad.

Fagbladet FAMØS
c/o Institut for matematiske fag
Matematisk Afdeling
Universitetsparken 5
2100 København Ø
`http://math.ku.dk/famos/`

Tryk: HCØ Tryk
Oplag: 500 stk.
ISSN 1395-2145