FAMØS

Fagblad for Aktuar, Matematik, -Økonomi og Statistik

18. årgang, nr. 1, oktober 2004

Indhold

Sofia Kovalevskaya

Sanne Hansen

Prøv at lave en liste over de efter din mening 10 største matematikere. Om du lister dem efter indflydelse, omfang af arbejde, antal af store resultater etc. er lige meget.

Hvor mange på listen er kvinder? Jeg skal blankt indrømme at på min liste er der ingen. Ej heller hvis jeg udvider den til at omfatte de 20 største matematikere. Det pirrede min nysgerrighed. Der måtte findes nogen store kvindelige matematikere.

Kvindelige matematikere?

De fleste vil sikkert kunne nævne Emmy Noether (1882-1935). Vel primært fordi mange stifter bekendtskab med hende i løbet af 2. år på matematikstudiet, når man lærer om ringteori. Men udover hende?

Der er alligevel nogle stykker. F.eks. den første kvindelige matematiker i nyere tid, Maria Gaetana Agnesi (1718-1799). Men der findes også Marie-Sophie Germain (1776-1831) indenfor talteori, Ada Byron King (1815-1852) måske bedre kendt som den første programmør, Sofia (Sonya) Kovalevskaya (1850-1891), der arbejdede med partielle differentialligninger og Grace Chisholm Young (1868-1944) indenfor mængdeteori. Udover disse har der nok været flere, nogen er måske gået tabt i historien, men det er stadig ikke overvældende. En af grundene til de forholdsvis få kvindelige matematikere, må nok tilskrives det faktum at det ikke før for nyligt (det vil i denne sammenhæng betyde omkring hundrede år) er blevet muligt for kvinder at følge undervisning i matematik udover det elementære niveau og ikke mindst blevet acceptabelt for en kvinde at have akademiske ambitioner. At det ikke var ligetil at få lov til at studere matematik for en kvinde ses let af den fascinerende historie om Sofia Kovalevskaya.

Sofia Kovalevskaya

Jeg fattede især interesse for Sofia Vasilevna Kovalevskaya, måske ikke så meget pga. hendes matematiske bedrifter, men mere pga. hendes historie og hårde kamp for at blive den første kvinde, der fik en doktorgrad i matematik og ikke mindst den tredje kvinde, der fik en fast stilling på et europæisk universitet. De to første var fysikeren Laura Bassi og matematikeren Maria Gaetana Agnesi.

Sofia Vasilevna Kovalevskaya blev født i Moskva den 15. januar 1850. Sofia Vasilevna Kovalevskaya var det midterste barn i en søskendeflok på tre, der bestod af hendes seks år ældre søster Aniuta og hendes fem år yngre bror

Fyodor. Hendes far var Vasily Korvin-Krukoskii (1800-1874), der var artillerigeneral. Hendes mor Velizaveta Schubert (1820-1879) var oldebarn af den tyske Johann Ernst Schubert, hvis søn Theodor emigrerede til Rusland og blev en forholdsvis kendt matematiker og astronom under navnet Fyodor Ivanovish Schubert. Hans søn Fyodor Fyodorovish, Sofia Kovalevskayas morfar, blev en kendt landmåler, som bl.a. Karl Weierstrass – der kom til at spille en stor rolle i Sofia Kovalevskayas liv – citerede i nogle af sine artikler. Sofia Kovalevskaya kom altså fra en familie, hvor begge forældre havde fået en god bred uddannelse.

En uddannelse for mænd

De første otte år af Sofia Kovalevskayas liv blev hun passet af en barnepige og hun fik derfor ingen uddannelse. Men da Sofia Kovalevskaya var otte, flyttede familien til Palibino, hvor hendes far besluttede at Sofia Kovalevskaya og hendes bror skulle have en ordentlig uddannelse. Derfor arrangerede han, at en engelsk lærerinde Margaret Smith blev sat til at undervise børnene. Margaret Smith blev forbudt at straffe børnene fysisk, i stedet indførte hun at hvis Sofia Kovalevskaya gjorde noget forkert ville hun blive ydmyget ved at skulle bære en gul lap, hvorpå der stod hvad hendes misere bestod i. Det har nok været med til at gøre Sofia Kovalevskaya stærkere psykisk, selvom det ikke var målet med straffen. Senere samme år besluttede Sofia Kovalevskayas far at finde en tutor til at give hende en bredere uddannelse, hendes søster var blevet for forkælet og egenrådig til at kunne følge undervisning og hendes bror var ikke gammel nok endnu. Det var ikke normalt at unge piger i datidens Rusland fik nogen form for undervisning i naturvidenskab overhovedet, derimod fik de som regel undervisning i musik, fransk, håndkundskab og hvad der ellers kunne tænkes at gøre dem til kultiverede unge damer, der kunne være et nydeligt påhæng for en kommende ægtemand. At Sofia Kovalevskaya blev undervist i naturvidenskab kan tænkes at være fordi begge hendes forældre havde nydt godt af en bred uddannelse og derfor mente at deres børn også skulle have en sådan. Men en ting der nok også har haft en vis indflydelse var faderens bekendtskab med Dr. Nicholas Pirogov, der var rektor for Kiev Universitet og som startede en debat om uddannelsen af overklassens kvinder, som han mente bare havde til formål at gøre dem til pyntedukker. Han mente, at de skulle udfordres intellektuelt som selvtænkende individer, hvorom hans mål med dette var at gøre dem til bedre koner og mødre, ikke at de skulle have en akademisk karriere.

Interessen for matematik

Men hvad grunden end var, så fik Sofia Kovalevskaya en polsk tutor, Joseph Malevich, der underviste hende, til hun var 17 år, i en lang række forskellige naturvidenskabelige fagområder. Joseph Malevichs tidligere undervisningserfaring omhandlede primært at gøre drenge fra overklassen klar til militæret og det var ikke fordi han ændrede sine undervisningsmetoder drastisk, da han skulle til at undervise piger.

Måske derfor blev Sofia Kovalevskaya bedre forberedt på en verden, der ville gøre meget for at afholde en kvinde fra at gøre akademisk karriere. Joseph Malevich opfordrede også Sofia Kovalevskaya til at argumentere klart, præcist og overbevisende, hvis hun ønskede at lære om et specielt emne, hvad der uden tvivl kom hende til gavn senere i livet. Der kom et tidspunkt, hvor Sofia Kovalevskaya begyndte at forsømme sin undervisning i andre fag end matematik, til stor fortrydelse for hendes far, der forbød at hun lærte mere matematik. Det varede heldigvis ikke ved længe.

En person, der havde stor indflydelse på Sofia Kovalevskayas liv, var hendes farbror Pyotr Vasilievich Krukovsky. Han tog sig altid tid til hende og snakkede med hende om alt han tænkte på, deriblandt en del om matematik, men også om mange andre ting såsom politik, rejser og historie, samt selvfølgelig andre naturvidenskabelige emner end matematik. Sofia Kovalevskaya skrev selv i sin autobiografi, at det var ham, der gav hende interessen for matematik, da han altid talte om den med stor respekt og da Sofia Kovalevskaya næppe kunne følge alle hans idéer, faktisk meget få af dem, fik hun det indtryk, at matematikken var en mystisk videnskab, der åbnede en ny og vidunderlig verden for dem som koncentrerede sig om den, en verden, der var uopnåelig for almindelige dødelige.

På universitetet

Da Sofia Kovalevskaya var 18 flyttede familien til Petersburg for at uddanne hende og hendes bror yderligere. Her fortsatte hun sine studier med den 9 år ældre A.N. Strannoliubsky. Efterhånden var Sofia Kovalevskaya nået til et så højt faglig niveau, at det var nødvendigt at påbegynde et universitetsstudie for at lære mere. Det var hun også selv interesseret i, men på det tidspunkt var de russiske universiteter i lighed med stort set alle andre universiteter lukkede for kvinder, med den begrundelse at det ville skabe aggressive og konkurrenceivrige kvinder, der ikke kunne passe ind i hjemmet eller samfundet. Så det var nødvendigt at rejse til Vesteuropa i et forsøg på at finde et universitet, der ville give hende lov til at prøve at få en grad, endda blot at give hende lov til at følge undervisningen. Men som en ung kvinde behøvede hun sin fars tilladelse til at rejse, hvad hun ikke fik.

Ægteskab

Heldigvis for matematikken var Sofia Kovalevskaya ikke sådan at skræmme, hun var fast besluttet på at læse matematik ved et universitet. Der var stadig en lille mulighed for at kunne rejse, når det nu ikke var til at få faderens tilladelse, nemlig ved at rejse i selskab med sin søster og dennes mand. Nu var der blot det problem at hendes søster Aniuta ikke havde en mand. Derfor satte de to søstre sig for at finde en passende mand til Aniuta, en mand, der var villig til indgå et formelt ægteskab og som kunne opføre sig som en gentleman overfor sin kone af navn, men ikke af gavn. Hertil fandt de den naturvidenskabsinteresseret Vladimir Onufrievich Kovalevsky, som gik med til at hjælpe dem ved at gifte sig med Aniuta uden at have mødt nogen af dem. Nu gik det imidlertid hverken værre eller bedre end efter at have mødt de to søstre besluttede han sig for, at han ikke ville giftes med Aniuta, men derimod gerne ville gifte sig med Sofia Kovalevskaya, da det var tydeligt, at hun var oprigtigt interesseret i at få en naturvidenskabelig uddannelse. Parret blev gift den 27. september 1869. Kort derefter rejste de til Petersburg og senere Wien, hvor Sofia Kovalevskaya forsøgte at finde et universitet, der ville acceptere hende som studerende, det lykkedes i Wien. Men hun ville hellere studere i Heidelberg, da kurserne var bedre der og rejste derfor til Heidelberg. Da hun ikke var sikker på succes efterlod hun sin mand i Østrig. Hun læste i Heidelberg i tre semestre, dog kun uofficielt da universitetet ikke tillod kvinder og hun fik kun lov at læse der under forudsætning af at hun fik hver enkelt forelæsers accept. Derfra rejste hun videre til Berlin for at følge kurser der, men det viste sig at de i Berlin var endnu mere forstokkede, de lod slet ikke kvinder følge nogen kurser.

Doktorgrad og familieliv

Der skete nu heldigvis det at mens Sofia Kovalevskaya var i Berlin mødte hun Weierstrass, der blev så imponeret af denne unge velforberedte kvinde, at han besluttede at give hende privat undervisning. Weierstrass overvejede dog ikke muligheden af at Sofia Kovalevskaya kunne opnå en grad, da han var overbevist om at hun ikke behøvede at forfølge en karriere, da hun var gift. Da han opdagede sandheden om Sofia Kovalevskayas ægteskab opmuntrede han hende til at forsøge at opnå en grad og hjalp hende med forberedelserne. Da Berlin end ikke ville lade hende studere der, lod det sig endnu mindre gøre at få en doktorgrad derfra, så hun søgte til Göttingen Universitet i 1874 og der lod de hende forsøge at opnå en doktorgrad, de forlangte dog tre afhandlinger i stedet for som normalt én. Sofia Kovalevskaya producerede uden problemer de tre forlangte afhandlinger og de var alle tre af en så høj standard, at hun ikke blev bedt om at forsvare dem, som det ellers var normalt at gøre. De tre afhandlinger var om partielle differentialligninger, Abelske integraler og Saturns ringe. Til trods for denne doktorgrad og utrolig fine anbefalinger fra Weierstrass, var det umulig for hende at finde en akademisk post, alene fordi hun var en kvinde. Derfor vendte hun sammen med sin mand tilbage til Rusland for begge at søge en akademisk post der, men ingen af dem var succesfulde. Dette medførte at Sofia Kovalevskaya mere eller mindre lagde matematikken på hylden for nogle år, da hun ikke havde andre muligheder. Omkring dette tidspunkt besluttede parret at give deres ægteskab en rigtig chance og fik som resultat en datter i oktober 1878, som følge heraf koncentrerede Sofia Kovalevskaya sig de næste to år om at opdrage denne datter.

Vendepunktet

Vendepunktet i Sofia Kovalevskaya karriere kom i januar 1880. Nemlig da P.I. Chebyshev, en ven af parret, bad Sofia Kovalevskaya om at holde et oplæg på en kongres. Sofia Kovalevskaya valgte at fremlægge sin afhandling om Abelske integraler, der var blandt de tre hun havde præsenteret for at få sin doktorgrad. Selvom afhandlingen var 6 år gammel introducerede den stadig en ny måde at anskue problemet på og hun fik meget succes med oplægget. Blandt tilhørerne var Gösta Mittag-Leffler, der også var student af Weierstrass, han talte positivt om at hun kunne få en plads ved fakultetet i Helsinki. Pludselig lod det til at det alligevel var muligt at få en akademisk karriere til trods for det faktum at hun var en kvinde. Hun fik dog ikke pladsen i Helsinki, men hun blev tilstrækkelig opmuntret af sin succes til at hun genoptog kontakten med Weierstrass og begyndte at koncentrere sig om matematikken igen. Omkring samtidig blev hun separeret og hendes mand begik selvmord to år efter.

Endelig ansat

I 1883 hørte Sofia Kovalevskaya igen fra Mittag-Leffler, der nu var blevet rektor på Stockholm Universitet. Her fik hun mulighed for at få en midlertidig stilling som forelæser, da det viste sig at hendes forelæsninger var en stor succes, blev hun året efter fastansat som professor. Hun modtog herefter en hel del priser for sit arbejde, bl.a. for hendes arbejde om rotation af et fast legeme omkring et fikseret punkt, nemlig Prix Bordin i 1888. Hun blev også medlem af the Russian Academy of Sciences og redaktør på det svenske blad Acta Mathematica.

Efter nogle år forsøgte hun at finde en stilling ved et andet universitet, i Frankrig og i Rusland, men hun blev afvist begge steder, så hun fortsatte under Stockholm Universitet til hun døde alt for ung og på højdepunktet af sin karriere den 10. februar 1891 af en influenza, der udviklede sig til lungebetændelse.

Litteraturliste

Victor J. Katz: A History of Mathematics, Addison-Wesley 1998
http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Projects/Burslem/chapters/Ch0.html
http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Mathematicians/Kovalevskaya.html
http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Miscellaneous/Kovalevskaya/biog.html
http://www.emba.uvm.edu/ cooke/svklife.pdf

Præmieopgaver

Sara Arklint

Vi er stolte over at kunne introducere en ny form for FAMØS-opgaver: *puzzles*. Det er vores nye skribent Taus Brock-Nannestad der har lavet dette nummers puzzles, og han fortæller at i hvert fald den ene af dem er lidt svær. Taus har afprøvet sine puzzles på de øvrige redaktionsmedlemmer, og vi finder dem på ingen måde for lette.

Men først en besvarelse af en opgave fra sidste nummer:

Opgavebesvarelse

Esben Bistrup Halvorsen har besvaret følgende opgave:

> Lad $s_n = 2 + 3 + \cdots + p_n$ være det n'te afsnit i primtalsrækken.
> Vis, at der mellem s_n og s_{n+1} altid findes et kvadrattal.

Og Esben var den første, den største, den bedste og den hurtigste med en rigtig besvarelse. Han var også den eneste.

Som præmie har Esben modtaget et stykke trælegetøj i form af en kube beregnet til at skille ad og samle igen. Vi er overbevist om at Esben er meget glad for præmien, og vi er sikre på at han gerne viser den frem.

Her er Esbens besvarelse af opgaven:

> Antag, at påstanden ikke holder, dvs. der findes n så
>
> $$k^2 \leq s_n < s_{n+1} \leq (k+1)^2,$$
>
> hvor k^2 er det største kvadrattal $\leq s_n$. Det følger, at $p_{n+1} = s_{n+1} - s_n \leq (k+1)^2 - k^2 = 2k+1$ og dermed $p_1, p_2, \ldots, p_n \leq 2k-1$. Særtilfældene $n = 1, \ldots, 4$ behandles let, så vi kan antage $n \geq 5$ og dermed $9 < 11 = p_5 \leq p_n \leq 2k-1$. Således er $p_2, p_3, p_4, 9, p_5, \ldots, p_n$ *forskellige ulige* tal $\leq 2k-1$, hvormed
>
> $$s_n = p_1 + \cdots + p_n < 9 + p_2 + \cdots + p_n \leq \sum_{i=1}^{k}(2i-1) = k^2,$$
>
> hvilket er en modstrid.

En lille note om multiplikative radonmål

Stefan Holm

Vi lader X betegne et kompakt hausdorff-rum, hvorpå vi har et radon-sandsynlighedsmål[1] μ med den ekstra egenskab at $\int fg d\mu = \int f d\mu \int g d\mu$ for alle $f, g \in C(X)$ (vi siger at μ er multiplikativt). Hermed er kravet om at μ er et sandsynlighedsmål, ækvivalent med at $\mu(X) \neq 0$ — idet vi har $\mu(X) = \int 1^2 d\mu = (\int d\mu)^2 = (\mu(X))^2$.

Operatoralgebraikere vil med det samme genkende situationen og postulere at μ må være et dirac-mål, altså at μ er koncentreret i ét eneste punkt, da gelfandspektret af $C(X)$ netop er evalueringsafbildningerne.

For ikke-operatoralgebraikere følger hér et simpelt lille bevis, der kun kræver elementær topologi og målteori. Vi starter med at definere en særlig mængde

$$\mathcal{O} = \bigcup_{\substack{U \text{ åben} \\ \mu(U)=0}} U$$

Denne mængde er oplagt åben som forening af åbne mængder.

Påstand 1. *Der gælder $\mu(\mathcal{O}) = 0$, hvormed $\mathcal{O}$ altså er en maksimal åben nulmængde.*

Bevis. Da μ er et radonmål, er det nok at vise at $\mu(K) = 0$ for alle kompakte $K \subseteq \mathcal{O}$. Men da $K \subseteq \mathcal{O}$, er den altså overdækket af alle de åbne nulmængder — denne overdækning kan, da K er kompakt, udtyndes til en endelig overdækning. Altså $K \subseteq U_1 \cup \cdots \cup U_n$, hvormed $\mu(K) \leq \mu(U_1) + \ldots \mu(U_n) = 0$. □

Påstand 2. *$X \setminus \mathcal{O} = \{x\}$ for et passende $x \in X$.*

Bevis. Vi antager at der findes to forskellige punkter, x og y, i $X \setminus \mathcal{O}$. Da X er hausdorff, kan vi finde åbne disjunkte mængder, U_x og U_y, så $x \in U_x$ og $y \in U_y$. Der må gælde $\mu(U_x) > 0$, for ellers ville $U_x \subseteq \mathcal{O}$, og på samme måde $\mu(U_y) > 0$. Da μ er et radonmål, kan målene af U_x og U_y approksimeres ved kompakte mængder, så vi kan finde kompakte $K_x \subset U_x$ og $K_y \subset U_y$, så $\mu(K_x) > 0$ og $\mu(K_y) > 0$. Denne lille øvelse har altså resulteret i to disjunkte, kompakte mængder med positive mål.

Kompakte hausdorff-rum er særligt normale, så vi kan finde en kontinuert afbildning $f : X \to [0, 1]$, så $f|_{K_x} = 0$ og $f|_{K_y} = 1$. Dette må naturligvis også

[1] Vi husker at radonmål er borel-mål der er endelige på kompakte mængder og opfylder $\mu(D) = \sup\{\mu(K) | K \subseteq D, K \text{ kompakt}\}$ for enhver målelig mængde D.

gælde for f^n, når $n \in \mathbb{N}$. Vi bemærker at vi dermed for alle $n \in \mathbb{N}$ har $0 < \mu(K_y) \leq \int f^n d\mu = (\int f d\mu)^n$, hvor sidste lighedstegn følger af at μ var antaget multiplikativt. Men vi har også $\int f d\mu \leq 1 - \mu(K_x) < 1$, så $(\int f d\mu)^n \to 0$, når $n \to \infty$, hvilket er en modstrid. $\square$

Tilsammen giver de to påstande nu at sandsynlighedsmassen er koncentreret i punktet x, altså at $\mu = \varepsilon_x$ som ønsket.

Præmieopgaver: puzzles

Taus Brock-Nannestad

Følgende to opgaver er præmieopgaver. Ved valg af vinder tager vi højde for at den anden puzzle er sværere end den første.

Formålet med denne type puzzle er at skravere nogle af felterne således at følgende betingelser er opfyldt:

1. Felter der indeholder et tal må ikke skraveres.
2. Tallene angiver antallet af sammenhængende uskraverede felter. Hvert uskraveret areal indeholder netop ét tal.
3. De skraverede felter udgør ét sammenhængende areal.
4. Der må ikke forekomme 2×2 kvadrater af skraverede felter.

Hint: Brug en blyant.

4									
						5		3	
2		3							
						2			
		3							
							2		
			3						
							2		3
	3		3						
									6

	4		2					1	
						4			2
		3					2		
	3		3						
					7			2	
			2						
2									2

Vi kan tilføje at disse puzzles kan løses på netop en måde.

Mig & Menneskeheden

Orions ormehul

Peter Jørgensen

Her er så historien om rusturen for en enkelt matematikker fra året 2004. Mine forventninger til rusturen var ikke særlig store af mange forskellige grunde, her er et par af dem. For det første havde jeg hørt en masse i medierne om disse rusture. Det hele gik ud på at drikke sig fuld og løbe nøgen rund i en skov (nok om det senere). For det andet er jeg en del ældre end resten af russerne, ikke meget men nok til at jeg tænkte, at det måske ville gå op i uintelligente samtaler med folk, der kommer lige fra gymnasiet (jeg er selv HHx'er) og ikke vidste særlig meget om livet. Og sidst men ikke mindst – jeg hader hytteture, lige fra sovesalene til den obligatoriske pasta og kødsovs. Alle har prøvet disse ture med skolen eller spejder eller hvad de nu har prøvet. Det er bare ikke mig! Men man skal jo lære de andre at kende, så jeg tog med alligevel.

Så kom rusturen, det hele startede præcis, som jeg havde frygtet, vi tog af sted i en bus og jeg havde tænkt, at jeg lige kunne få en lille en på øjet bagerst i bussen. Men der var højt humør og der gik ikke længe før to rusvejledere sad bagerst i bussen og drak øl, så er det jo svært ikke selv at falde i. Da vi så ankom til hytten på Fyn så jeg det – sovesale. Her heldigvis kun med plads til 8 i hvert værelse. Ret hurtigt efter var der Samling til aftensmad, og gæt en gang, pasta med kødsovs. Det hele kunne næsten ikke blive værre. Men efter at vi havde spist og jeg havde været med i en meget mærkelig leg (hvor man skulle bunde øl) kom jeg i snak med nogle søde mennesker. Jeg gik i seng med en fornemmelse af, at det ikke ville blive helt så slemt, som jeg havde frygtet.

Dag 2. Storhyggen har bred sig. Regnen pisker ned og stort set alle hygger sig med hinanden. Der er dem, der allerede har taget hul på den første øl men der er også mange, der stille og roligt sidder og lærer hinanden at kende over et spil skak eller backgammon. Selv om det blev anbefalet at man ikke drak for mange øl i løbet af dagen, er stemningen ret høj ved aftensmaden, og man kan mærke, at folk er ved at kende hinanden rigtig godt. På dette tidspunkt har folk set hinanden an og selv om man snakker mest i små grupper, kan man efterhånden tale med alle. Om natten blev vi så sendt af sted på et vaskeægte natteløb, her var vi delt ind i hold og det virkede rigtig godt. De folk man ikke havde snakket så meget med før, og som måske ikke var dem, man havde lært bedst at kende, blev nu nogle man virkelig havde noget tilfælles med. Som en lille sidebemærkning kan det nævnes at mit hold vandt!

Morgen dag 3. Tømmermændene er store hos mange. Det er tydeligt. Der bliver snakket livligt om natteløbet og om hvad der ellers skete på en særdeles spændende dag to. Jeg er efterhånden ved helt, at være over min frygt for både hytter og gymnasieelever. Vi blev igen delt ind i grupper og skulle i hver gruppe lave et teaterstykke, som skulle opføres samme aften. Hele dagen gik igen med spil og folk fik drukket en del øl. Faktisk er stemningen ved maden helt i top. Folk synger og fester og hvad vores kære rusvejledere må have tænkt, må guderne vide. Til teaterstykket om aftenen, gik det helt galt. Hvordan teaterstykkerne var, er nok svært at svare på, men hvordan stemningen var, er ikke svært – Helt på kogepunktet.

Da jeg vågnede som den første til morgen 4, var jeg ret forvirret. Hvornår gik jeg i seng i går og hvorfor er der nogle, der sover på et bord. Det hele er lidt mærkeligt og endnu engang regner det rigtig meget. Det er lidt surt, for det er vores sidste dag i hytten og jeg har faktisk ikke lyst til at tage hjem. Vi vidste der var planlagt OL (en dyst i forskellige discipliner for hold), men da vejret var som det var, blev det til indendørs-OL og hvem der vandt vides ikke. Om aftenen var der festaften og igen var stemningen rigtig høj. Der var for første gang musik, og folk dansede rundt. For første gang på denne tur ser jeg solen stå op og alle ved at vi lige om snart skal til at pakke alt sammen og tage turen hjem til Sjælland, hvor vi nu ikke mere bare skal drikke øl og hygge os, men til at læse.

Ind imellem alle de forskellige ting vi lavede, holdt vores rusvejledere en del oplæg, som skulle hjælpe os til en bedre start på HCØ, vi blev sat ind i en masse ting og vi lærte en masse om de traditioner, der er på matematik. Når jeg nu efter en måned på HCØ tænker tilbage på rusturen er det kun med glade minder. Det var en perfekt start. Min frygt for hytter er helt væk og man har lært så mange mennesker at kende, at man aldrig er alene på et, ellers, stort sted. Man lærer hurtigt de ældre studerende at kende (i)gennem vores rusvejledere og møder man en fra rusturen og man ikke lige har noget at snakke om, kan man altid snakke om ham, der løb nøgen rundt i skoven, ham der tragtede en øl til morgenmaden eller ham der sad i et kar med (fritgående)havregrød og bundede en øl.

Som afsluttende bemærkning vil jeg gerne sige tak til "mine" rusvejledere: Helle P., Line, Joe, Mikken, Kaspar, Kimse, Stefan, Damskur og 202 for at have lagt så mange kræfter i at mine medstuderende og jeg fik en god studiestart.

Religion og logik

Maja Broe Lassen

ADVARSEL: Denne artikel indeholder lommefilosofi, grove generaliseringer og firkantede synspunkter.

For mange mennesker kan overskriften "Religion og logik" virke selvmodsigende. Dette bunder formentlig i det skel, der for mange er mellem religion og videnskab, og derved mellem tro og viden. Jeg vil i det følgende prøve at bruge begreber fra logikken til at beskrive nogle tanker omkring denne forskel.

En logik består af en mængde grundbegreber, som frembringer logikken. Forskellige valg af disse giver forskellige logikker. På samme måde mener jeg en religion kan betragtes som bestående af nogle grundbegreber, der frembringer religionens verdensbillede. Logikken kan således bruges som model for dette verdensbillede. Denne model kan også bruges til ikke-religiøse verdensbilleder.

Lad os derfor starte med at se på de grundbegreber en logik er bygget op af: P er en mængde, hvis elementer kaldes primitive propositioner $p_1, p_2, p_3, \ldots$.
Desuden har vi en mængde af forbindere, som bruges til at danne nye udsagn ud fra de primitive udsagn. Dem, vi her skal bruge, er

$\rightarrow$	implikation	$p_1 \rightarrow p_2$	(1)
$\wedge$	konjunktion,"og"	$p_1 \wedge p_2$	(2)
$\Diamond$	"muligvis", "nogen gange"	$\Diamond p_1$	(3)
$\Box$	"nødvendigvis", "altid"	$\Box p_1$	(4)
$K(p)$	"det vides at p"	$K(p)$	(5)
$B(p)$	"det tros at p"	$B(p)$	(6)

Her vælger jeg at forstå "vides" som, at p er anerkendt som et (videnskabeligt) faktum.
Jeg bruger "tros" som referant til religiøs tro.

$\mathcal{F}(P)$ er mængden af alle de formler, vi kan lave ud fra de primitive udtryk i P og forbinderne, f.eks $\Box(p_2 \rightarrow p_3)$ eller $(p_1 \wedge p_2) \rightarrow \diamond(p_3 \wedge p_4)$.
En logik kan beskrives ved dens mængde af primitive propositioner, de forbindere, der bruges til at danne udsagn med, og desuden også mængden af sande udsagn, som er en delmængde af $\mathcal{F}(P)$. Forskellige mængder af sande udsagn giver således forskellige logikker.

Det er i denne sammenhæng især de to sidstnævnte forbindere, der er interessante, nemlig dem, der beskriver tro og viden. I filosofisk logik beskrives forholdet mellem de to ved at "viden er sand tro". Det betyder, at udtrykkene

$$K(p) \to B(p) \wedge p \quad \text{og} \quad B(p) \wedge p \to K(p)$$

er sande udsagn. Det kalder jeg udsagn 1.

Lad os betragte to (groft karikerede) personer: den religiøse og videnskabsmanden. Lad os desuden for nemheds skyld antage, at de har de samme primitive propositioner til rådighed, og derfor samme mængde af mulige formler $\mathcal{F}(P)$. De har dog forskellige meninger om, hvilke udsagn de vil anse for sande. Derfor vil modellerne af deres verdensbilleder svare til to forskellige logikker.
De er enige om, at

$$K(p) \to \Box p \quad \text{og} \quad \Box p \to K(p)$$

Dette udsagn kalder jeg udsagn 2. Desuden antager jeg, at de begge anerkender udsagn 1 som sandt.

Den religiøse mener, at verdenen er, som hans tro fortæller ham. Dvs. at

$$B(p) \to \Box p \quad \text{og} \quad \Box p \to B(p)$$

Det kalder jeg udsagn 3.
Hvis $\to$ er transitiv, får den religiøse fra udsagn 1 og 3 at

$$K(p) \to B(p) \quad \text{og} \quad B(p) \to K(p)$$

Videnskabsmanden er mere skeptisk og mener, at det han tror, kun muligvis er sandt:

$$B(p) \to \Diamond p$$

Det kalder jeg udsagn 4.

Hver for sig er den religiøse og videnskabsmandens logikker konsistente, dvs de indeholder ingen selvmodsigelser.
Hvordan kan videnskabsmanden da mene, at den reliøses udsagn er ulogiske? Problemet opstår, når videnskabsmanden tror, de har samme logik. Når han på den baggrund hører den religiøse sige, at $B(p) \to K(p)$ er sandt, kan han ikke tro andet, end at den religiøse tager fejl da dette udsagn ikke er sandt i hans logik. Derfor må han afvise det. Han er sikker på sin egen logik, så det må være den religiøses logik, der er noget galt med.
Hvis videnskabsmanden i stedet erkendte, at de har hver deres logik, ville denne misforståelse ikke opstå. Da ville han se, at den religiøses udsagn ikke er ulogiske, men bare hører til i en anden logik.

Det kan desuden bemærkes, at uenighed også let kan opstå mellem folk med forskellige religioner og dermed forskellige mængder af sande udsagn. Det udsagn, der er sandt for den ene, kan nemt være falsk for den anden. Et eksempel kunne være udsagnet “der findes netop én gud”. Det er sandt for en kristen, men falsk for en hindu (som har flere guder) eller en buddist (som ingen gud har).

Litteraturliste

[1] Mai Gehrke: Forelæsningsnoter til Algebraisk Logik

[2] Mai Gehrke: Om kurset Algebraisk Logik
http://www.math.ku.dk/kurser/2004-2/logic/description.html

FAMØS oktober 2004.
Fagblad for Aktuar-, Matematik-,
Økonomi- og Statistikstuderende ved
Københavns Universitet.

Redaktionsgruppe:

Mathias Winther Madsen
Sara Esther Arklint (ansvh.)
Stefan Holm
Steffen Juul Christensen
Tarje Bargheer
Taus Brock-Nannestad
Ulrik Torben Buchholtz

Tegner:
Mathias W. Madsen

Deadline for næste nummer:
Fredag den 3. december 2004

Indlæg modtages gerne og bedes sendt til `famos@math.ku.dk` – meget gerne skrevet i LaTeX.

FAMØS er et internt fagblad.

Fagbladet FAMØS
c/o Institut for matematiske fag
Matematisk Afdeling
Universitetsparken 5
2100 København Ø
`http://www.math.ku.dk/famos/`

Tryk: HCØ Tryk
Oplag: 500 stk.
ISSN 1395-2145

Øvrige opgaver

Stefan Holm og Sara Arklint

Selvom vi ikke udlover præmier for besvarelse af disse opgaver, vil vi være glade for at modtage besvarelser. Vi lover at bringe enhver korrekt besvarelse i Famøs.

Opgave for fans af hilbertrum

Lad H være et hilbertrum og $U \in B(H)$ være invertibel og opfylde $\|U\| \leq 1$ og $\|U^{-1}\| \leq 1$. Vis at U er unitær.

Opgave for fans af palindromprimtal

Lad $b \in \mathbb{N}$. Vi definerer en funktion $\pi_b : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ ved at $\pi_b(n)$ er antal primtal mindre end n, der er palindromer når de opskrives i base b. Antag nu $a > b$. Vil der så gælde $\limsup_{n\to\infty} \frac{\pi_a(n)}{\pi_b(n)} < 1$? Med andre ord: Hvis $a > b$, er der så strengt færre (passende defineret) palindromprimtal i base a end i base b? Redaktionen kender ikke selv svaret — spørgsmålet kom tilfældigt op under et redaktionsmøde.

Opgave for fans af Jes H.

Faktoriser dette primtal

$$314159265358979323846264338334626483239798535629514 13$$